线⊥面 ⇒ 线⊥面内任意一条线（线⊥面内两条相交直线）

⇐ ×

面⊥面 ⇒ $\boxed{\text{线⊥面}}$

线⊥线 ⇒ $\boxed{\text{线⊥面}}$

都转换为线面垂直

跟着显哥走，高考你都有！

结论：① 出现等腰/等边 → 考三线合一

② 出现正方形/菱形 → 考对角线垂直

③ 菱形 + 一个角 60° → 考三线合一

④ 出现三角形三边长 → 验证勾股定理　利用余弦定理求第三边

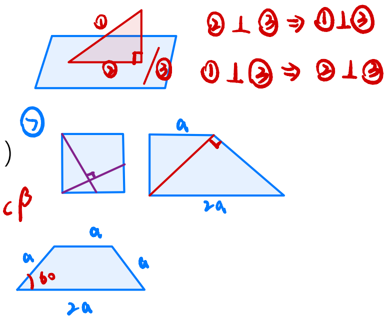
⑤ 出现面⊥面，找一线⊥交线

⑥ 三垂线定理

①⊥③ ⇒ ①⊥②

①⊥② ⇒ ②⊥③

⑦



第 10 讲：立体几何垂直问题方法梳理

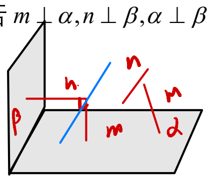
1. 已知 m,n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面，则下列命题中的真命题是（ D ）

A．若 $m\parallel\alpha,n\parallel\beta,\alpha\parallel\beta$，则 $m\parallel n$ ×

B．若 $m\parallel\alpha,n\parallel\beta,\alpha\perp\beta$，则 $m\perp n$ ×

C．若 $m\perp\alpha,n\perp\beta,\alpha\perp\beta$，则 $m\parallel n$ ×

D．若 $m\perp\alpha,n\parallel\beta,\alpha\parallel\beta$，则 $m\perp n$



2. 已知 m 为一条直线，α,β 为两个不同的平面，则下列说法正确的是（ D ）

A．若 $m\parallel\alpha,\alpha\parallel\beta$，则 $m\parallel\beta$ 或 $m\subset\beta$

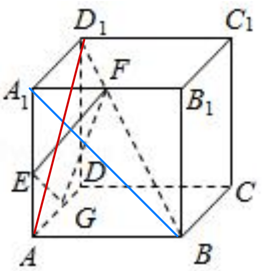
B．若 $\alpha\perp\beta,m\perp\alpha$，则 $m\cancel{\perp}\beta$ ∥ 或 $m\subset\beta$

C $\cancel{\text{B}}$．若 $m\parallel\alpha,\alpha\perp\beta$，则 $m\cancel{\perp}\beta$ ∥ 或 ⊥ 或 ⊂

D．若 $m\perp\alpha,\alpha\parallel\beta$，则 $m\perp\beta$

三垂线定理 - 百度百科

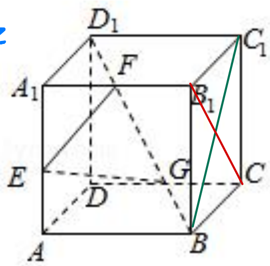
3. 如图，在下列四个正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F,G 均为所在棱的中点，过 E,F,G 作正方体的截面，则在各个正方体中，直线 BD_1 与平面 EFG 不垂直的是（ D ）

A．

A_1B_1（投影）⊥ EF

$BD_1\perp EG$

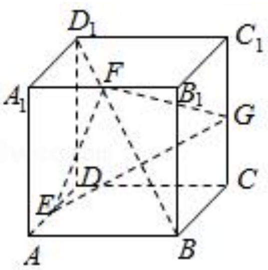
$BD_1\perp EG$

B．

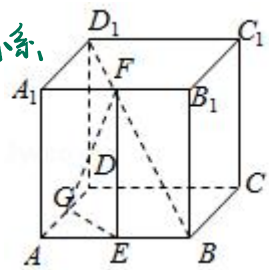
$FG\parallel B_1C$

$BC_1\perp B_1C$

$\therefore BD_1\perp FG$

C．

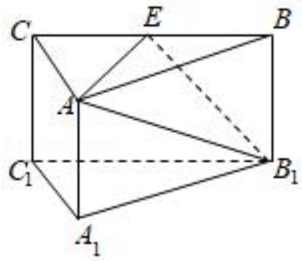
建立空间直角坐标系

D．

4. （2017 新课标 III）在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为棱 CD 的中点，则

A．$A_1E\perp DC_1$　　B．$A_1E\perp BD$　　C．$A_1E\perp BC_1$　　D．$A_1E\perp AC$

5. 如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱 $AA_1\perp$ 底面 $A_1B_1C_1$，底面三角形 $A_1B_1C_1$ 是正三角形，E 是 BC 中点，则下列叙述正确的是（　　）



A．CC_1 与 B_1E 是异面直线

B．$AC\perp$ 平面 ABB_1A_1

C．AE,B_1C_1 为异面直线，且 $AE\perp B_1C_1$

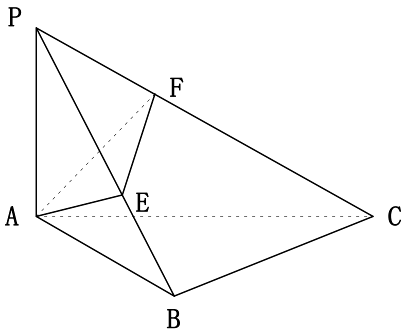
D．$A_1C_1\parallel$ 平面 AB_1E

6. 如图，P 为 ΔABC 所在平面外一点，$PA\perp$ 平面 ABC，$\angle ABC=90°$，$AE\perp PB$ 于 E，$AF\perp PC$ 于 F

求证：(1) $BC\perp$ 平面 PAB；

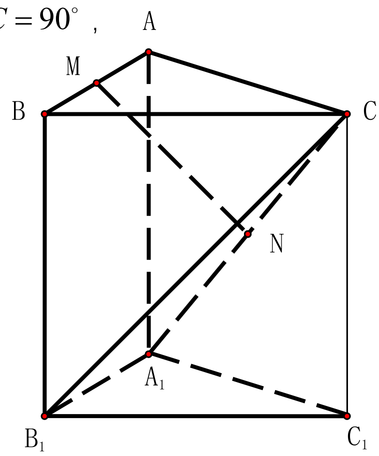
(2) $AE\perp$ 平面 PBC；

(3) $PC\perp$ 平面 AEF ．

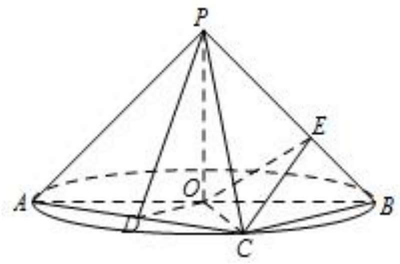


7. 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱与底面垂直，$\angle ABC=90^\circ$，$AB=BC=BB_1=2$，M,N 分别是 AB，A_1C 的中点．

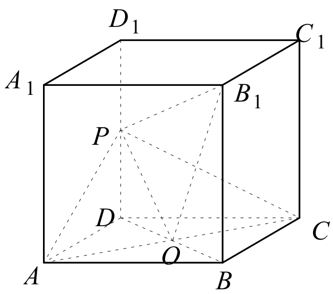
(1) 求证：$MN\perp$ 平面 A_1B_1C；



8. 如图，AB 是圆 O 的直径，点 C 是圆 O 上异于 A、B 的点，PO 垂直于圆 O 所在的平面，且 $PO=OB=1$，若 D 为线段 AC 的中点，求证：$AC\perp$ 平面 PDO .



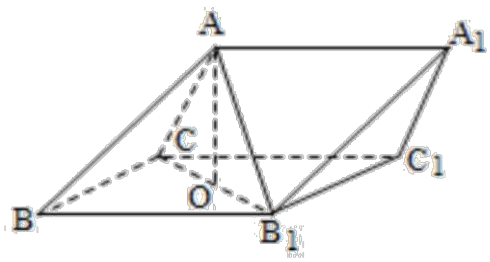
9. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 为 DD_1 的中点，O 为底面 $ABCD$ 的中心．求证：$B_1O\perp$ 面 PAC .



10. （2014 全国卷Ⅰ）如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 BB_1C_1C 为菱形，B_1C 的中点为 O，且 $AO\perp$ 平面 BB_1C_1C。

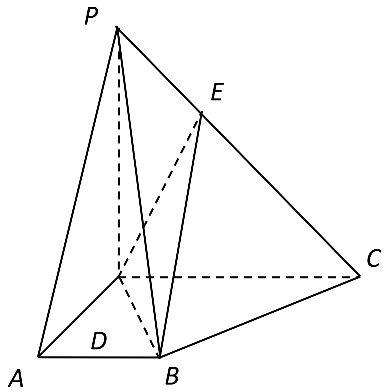
（Ⅰ）证明：$B_1C\perp AB$；

（Ⅱ）若 $AC\perp AB_1$，$\angle CBB_1=60^{\circ}$，$BC=1$，求三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的高。



11. 如图：$PD\perp$平面$ABCD$，四边形 ABCD 为直角梯形，$AB//CD$，$\angle ADC=90^{\circ}$，$PD=CD=2AD=2AB=2$，，$EC=2PE$.

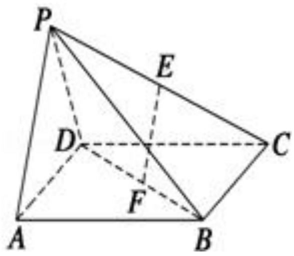
（1）求证：平面$BDP\perp$平面PBC；



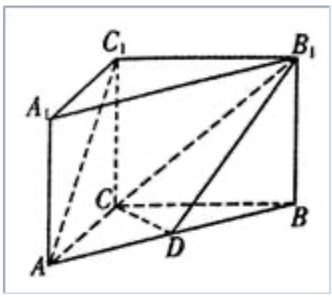
12. 如图，在四棱锥 P－ABCD 中，底面 ABCD 是边长为a的正方形，E、F 分别为 PC、BD 的中点，侧面 PAD⊥底面 ABCD，且 PA=PD=$\frac{\sqrt{2}}{2}$AD .

（1）求证：EF//平面 PAD;

（2）求证：平面 PAB⊥平面 PCD .



13. 直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB=5$，$AC=3$，$BC=4$，点D是线段AB上的动点.线段AB上是否存在点D，使得平面$ABB_1A_1\perp$平面CDB_1？若存在，试求出AD的长度；若不存在，请说明理由.

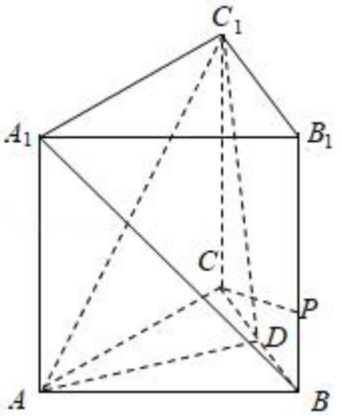


14. 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $AB=6$， $AA_1=4$， D 为 BC 的中点 .

（1）求证： $A_1B//$ 平面 ADC_1；

（2）在线段 BB_1 上是否存在点 P，使得 $CP\perp$ 平面 ADC_1 . 若存在，请确定点 P 的位置；若不存在，请说明理由 .

（3）求点 C 到平面 ADC_1 的距离 .



作业：

由四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 截去三棱锥 $C_1-B_1CD_1$ 后得到的几何体如图所示，四边形 $ABCD$ 为正方形，O 为 AC 与 BD 的交点， E 为 AD 的中点， $A_1E\perp$ 平面 $ABCD$，

（Ⅰ）证明： $A_1O//$ 平面 B_1CD_1；

（Ⅱ）设 M 是 OD 的中点，证明：平面 $A_1EM\perp$ 平面 B_1CD_1 .